

유체역학특론

201674134 박 찬 효

Index

- ★ 1. 인류의 양력에 대한 생각
- ★ 2. 양력의 역사
- ★ 3. 이상유체 그리고 포텐셜 순환
- ★ 4. 양력의 기본 원리
- ★ 5. Kutta - Joukowski theory



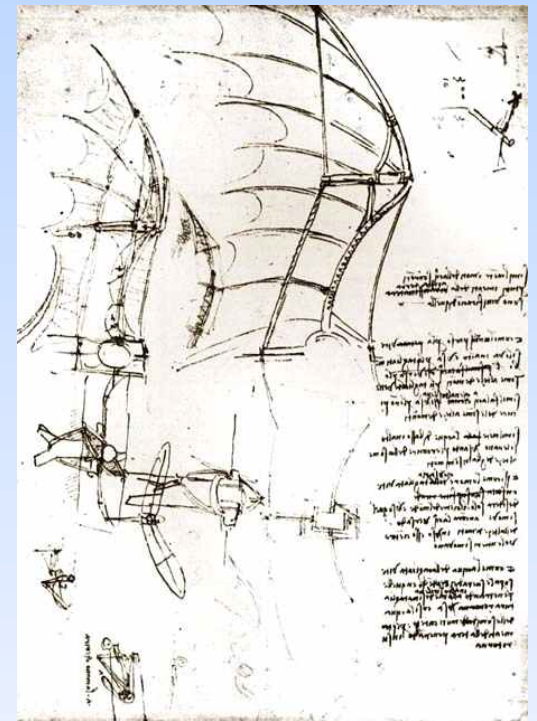
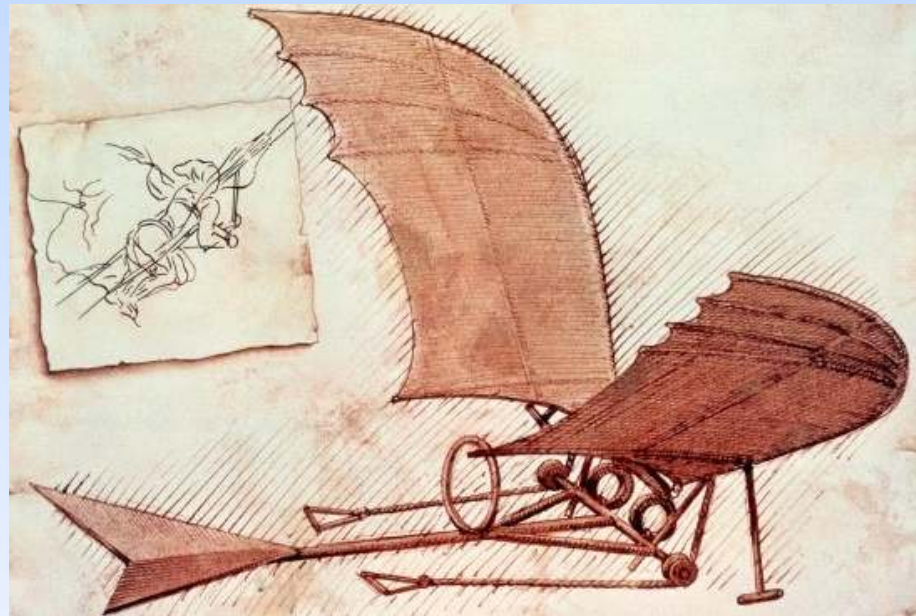
인류의 욕심

양력에 대한 생각

인간의 호기심 양력



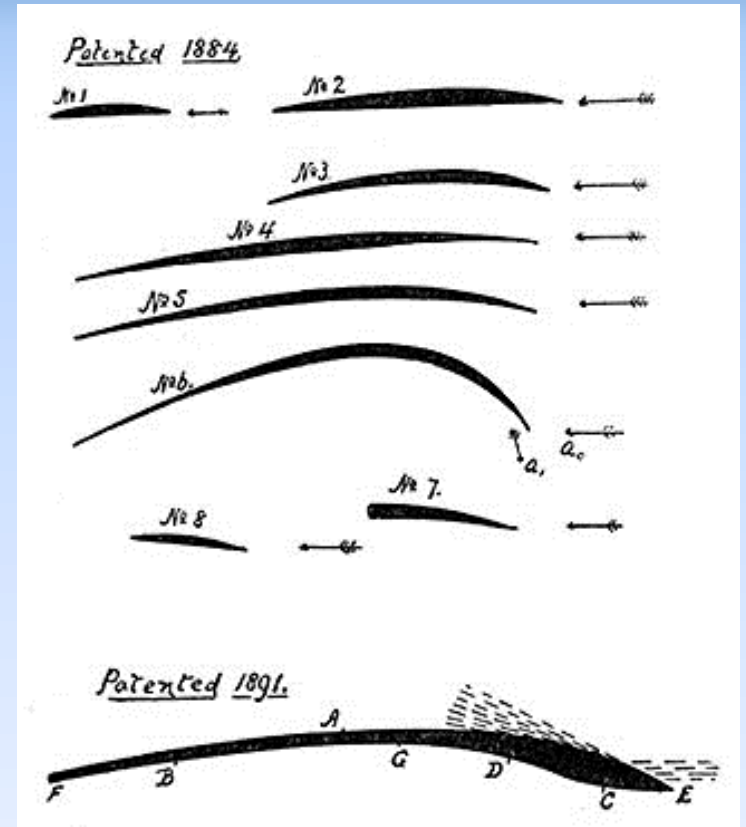
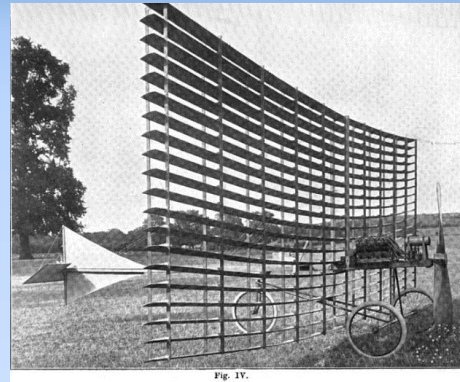
[Leonardo da Vinci, 1452.4.15 ~ 1519.5.2]



인간의 호기심 양력



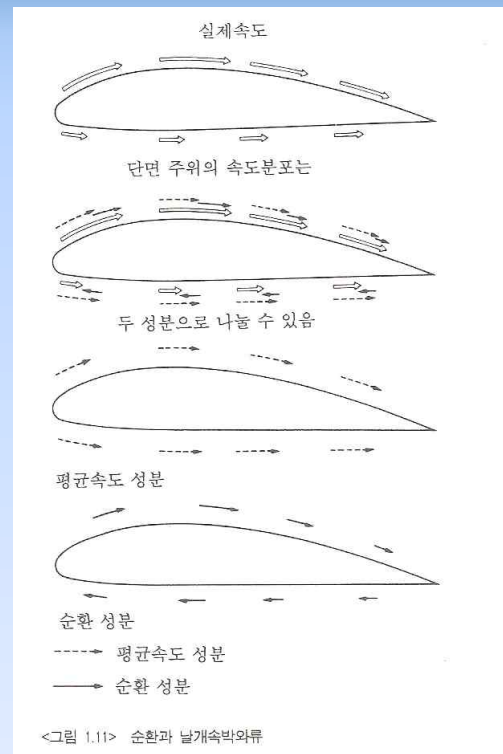
Horatio Frederick Phillips
1845 – 1926



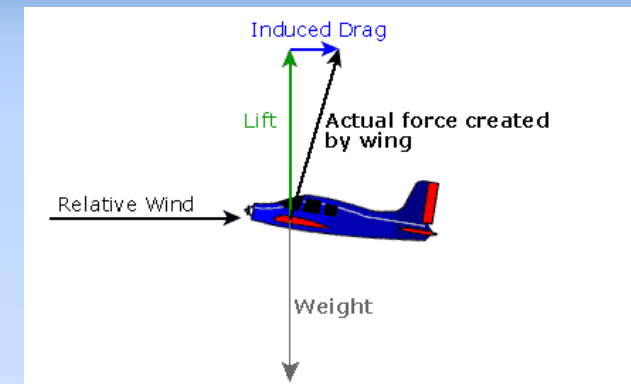
양력의 연구



Fredric William Lanchester
1868~1946



1897년 양력의 순환이론



1907년 저서 'Aerial Flight'를 통해 Induce drag에 대한 개념 및 이론을 통해 공기역학의 발전에 기여



Ludwig Prandtl
(1875 ~ 1953)



Prandtl-Glauert Singularity

• Prandtl 수에 따른 열 경계층 변화열 경계층(δ_t) :

- $Pr = 1$: 열경계층 두께와 유동경계층의 두께가 같음 ($\delta_t = \delta$)
- $Pr \geq 1$: 열경계층 두께가 유동경계층의 두께보다 작음 ($\delta_t \leq \delta$)
- $Pr \leq 1$: 열경계층 두께가 유동경계층의 두께보다 큼 ($\delta_t \geq \delta$)

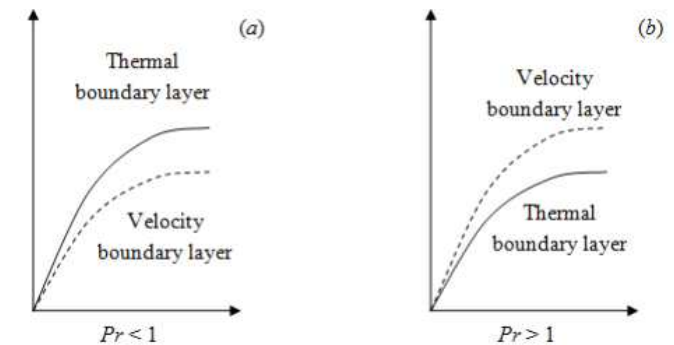


Fig. 5 Pr 수에 따른 열 경계층 변화 (a) $Pr \leq 1$ (b) $Pr \geq 1$

Prandtl Number

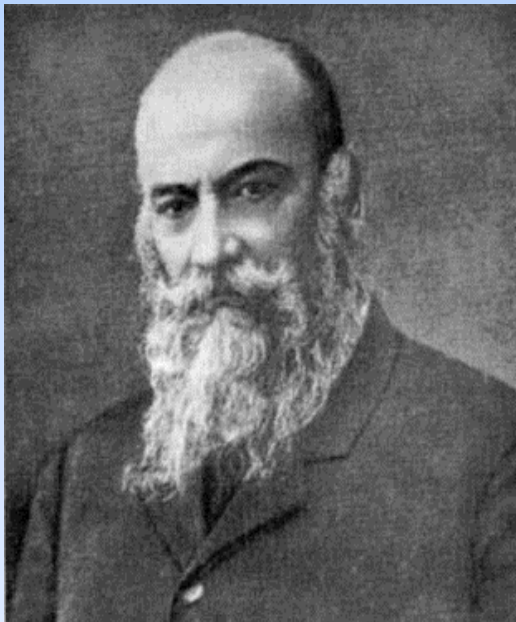


M.Wilhelm Kutta (1867 ~ 1944)

독일의 수학자

Otto Lilienthal의 글라이더 실험에 흥미를 가지고
공기역학이론에 뛰어들었다.

특히 그는 곡면의 효과에 관심을 가졌고 수평으로
놓여진 곡면판이 양력을 발생시키는 이유에 대해
알고자 하였다



Nikolai E. Joukowski (1847 - 1921)

러시아의 수학자

이론 및 응용역학의 각 분야에 폭 넓게 관심을
가지고 연구한 그는 1902~1909년 사이 Kutta와
Lanchester와는 다른 독자적인 양력이론을 주장

이상유체의 포텐셜 순환

이상유체

점성(粘性)이나 압축성이 전혀 없는 완전 유체

유체의 이동 시 나타나는 점성을 통한

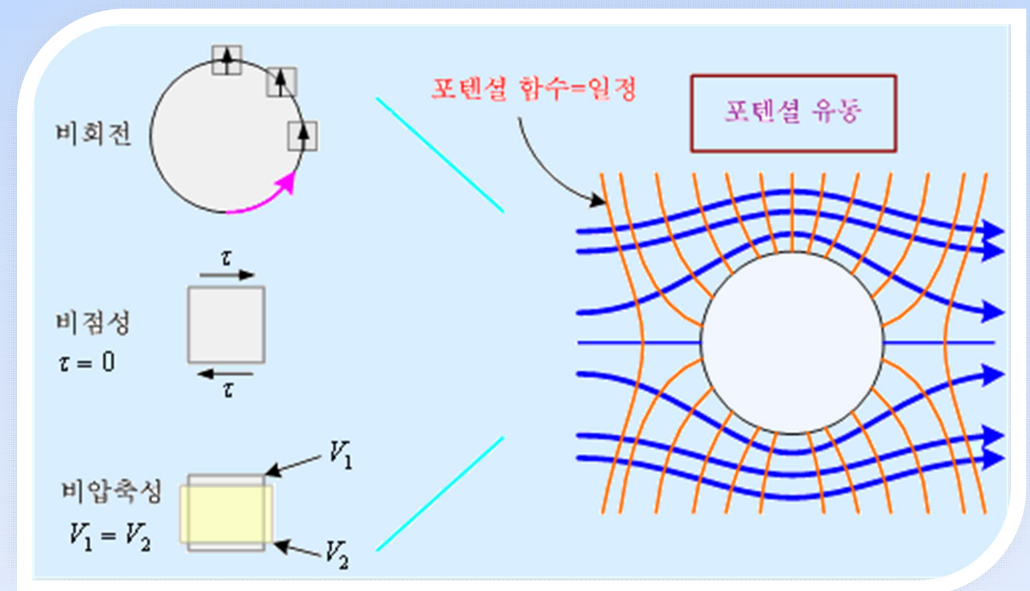
에너지 손실이 없는 유체 (완전유체)

포텐셜 순환은 비회전성 유동일 때 발생하므로

이상유체의 포텐셜 순환은 비점성 비압축성 유체의

비회전성 유동 이라고 볼 수 있다.

비압축성 유체가 만족해야 되는 기본 조건



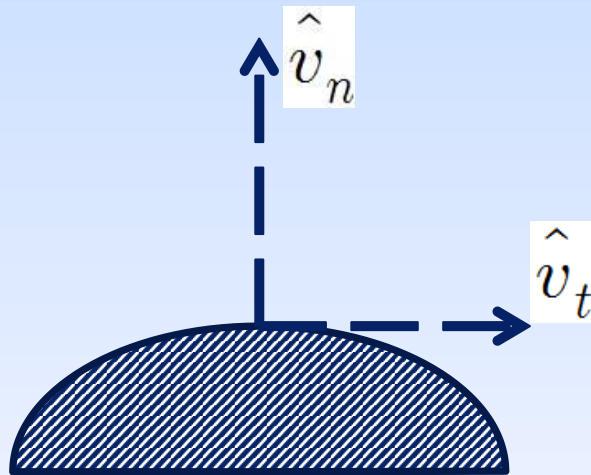
이상유체의 포텐셜 순환

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0$$

비압축성 유체가 만족해야 되는 기본 조건

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = - \frac{\nabla P}{\rho}$$

비점성 유체의 흐름을 기술하는 오일러 방정식



$$\vec{v}_n = 0$$

경계면에 대한 속도의 수직성분이 없어야 됨

$$\vec{v}_t = 0$$

점성유체의 경우 경계면에 대한 속도 성분이 없어야 됨

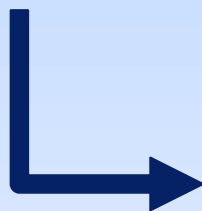
이상유체의 포텐셜 순환

$$\nabla \times \vec{v}$$



$$\int \int_s \hat{n} \cdot (\nabla \cdot \vec{v}) ds = \int \int_s \hat{n} \cdot \vec{\Omega} ds$$

$$\vec{\Omega} \equiv \nabla \times \vec{v}$$

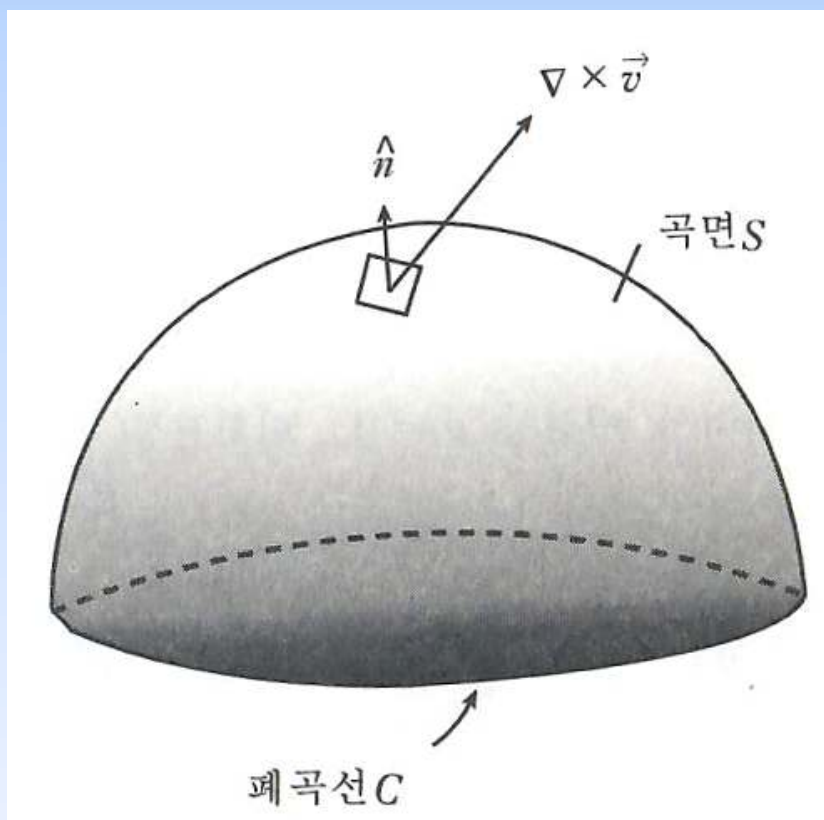


$$= \int_c \vec{v} \cdot d\vec{r}$$

$$\vec{\Omega}$$

유체의 모든 곳에서 0이 되면 이 유체를 비회전성(Irrotational)이라 한다.

양력의 기본 원리



$$\vec{\Omega} = \nabla \times \vec{v} = 0$$

$$\vec{v} = \nabla \phi$$

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0$$



$$\nabla^2 \phi = 0$$

$$\vec{g} = \nabla G$$

G : 중력가속도

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\nabla P + \rho \nabla G$$

이상유체의 포텐셜 순환

$$\begin{aligned}
 (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} &\Rightarrow (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = \nabla \left(\frac{1}{2} \vec{v} \cdot \vec{v} \right) - \vec{v} \times (\nabla \times \vec{v}) \\
 &= \nabla \left(\frac{1}{2} \vec{v} \cdot \vec{v} \right) - \vec{v} \times \vec{\Omega}
 \end{aligned}$$

비점성, 비회전성 유체의 운동방정식은 아래와 같다.

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \nabla \left(\frac{1}{2} \vec{v} \cdot \vec{v} \right) = - \frac{\nabla P}{\rho} + \nabla G \quad \xrightarrow{\text{대입}} \quad \vec{v} = \nabla \phi$$

$$\nabla \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right) + \nabla \left(\frac{1}{2} |\nabla \phi|^2 \right) = - \frac{\nabla P}{\rho} + \nabla G \quad \swarrow \text{결과}$$

양력의 기본 원리

ρ 가 모든 곳에서 일정한 값을 가진다면



$$\frac{\nabla P}{\rho} = \nabla \left(\frac{P}{\rho} \right)$$

Bernoulli's equation(베르누이 방정식)

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} |\nabla \phi|^2 = -\frac{P}{\rho} + G$$

$$\nabla^2 \phi = 0$$

ϕ 를 먼저 구하고 이를 베르누이의 식에
적용하여 압력장 'P'를 구할수 있다.

Kutta - Joukowski theorem

$$dL = (p_n - p_l) dA \quad \rightarrow \quad \text{미소 양력}$$

$$\left[\begin{array}{ll} V_u = (V_\infty + \Delta V) & \text{윗면 속도} \\ V_i = (V_\infty - \Delta V) & \text{밑면 속도} \end{array} \right.$$

받음각이 최소이고
수직력과 양력은 같다.

$$\Delta V = \frac{(V_u - V_l)}{2}$$

Kutta - Joukowski theorem

$$\begin{aligned}\Delta p &= p_l - p_u \\ &= \frac{\rho}{2} (V_\infty + \Delta V)^2 - \frac{\rho}{2} (V_\infty - \Delta V)^2 \\ &= 2\rho V_\infty \Delta V\end{aligned}$$

아랫면과 윗면의 압력차는 베르누이의
방정식에 의해 다음과 같이 된다.



적분



$$L = b \int_0^c \Delta p dx = 2\rho b V_\infty \int_0^c \Delta V dx$$

에어 포일의 양력

Kutta - Joukowski theorem

$$\begin{aligned}\Gamma &= - \oint \vec{V} \cdot \vec{dl} \\ &= - \int_0^c (V_\infty + \Delta V) dx + \int_0^c (V_\infty - \Delta V) dx \\ &= - \int_0^c \Delta V dx - \int_0^c \Delta V dx \\ &= - 2 \int_0^c \Delta V dx\end{aligned}$$

아랫면과 윗면의 압력차는 베르누이의
방정식에 의해 다음과 같이 된다.

$$L = - \rho b V_\infty \Gamma$$

감사합니다.